

Lösung SS 2019 Aufgabe 1

1. $\Phi\left(\frac{54.9-55}{\sqrt{0.5}}\right) = 0.4437$, mit Tabellenwerk 0.4443 1 P
2. $\Phi\left(\frac{55.2-55}{\sqrt{0.5}}\right) - \Phi\left(\frac{54.8-55}{\sqrt{0.5}}\right) = 0.2227$, mit Tabellenwerk 0.2206 1 P
3. Normalverteilung mit $E(G_P) = 5E(G_1) + 5E(G_2) = 425$
und $Var(G_P) = 5^2Var(G_1) + 5^2Var(G_2) = 31.25$ 1.5 P
4. Ordinalskala 0.5 P
5. Modus: 1 0.5 P
6. $\frac{5}{11} \cdot \frac{6}{11} + \frac{3}{11} \cdot \frac{8}{11} + \frac{2}{11} \cdot \frac{9}{11} + \frac{1}{11} \cdot \frac{10}{11} = 0.6777$ 0.5 P
7. Minimalwert: 0, Maximalwert: $1 - \frac{1}{4} = 0.75$ 1 P
8. $E(X^2) = Var(X) + E(X)^2 = 4 + 3^2 = 13$ 0.5 P
9. $\frac{E(X) - Mod(X)}{\sqrt{Var(X)}} = 0.5 \Leftrightarrow Mod(X) = 2$ 0.5 P
10. $Cov(X, Y) = Cor(X, Y) \cdot \sqrt{Var(X)Var(Y)} = 3$ 0.5 P
11. $Cov(X, Y) = 1 \cdot \sqrt{Var(X)Var(Y)} = 6$ 0.5 P
12. $Cov(X, Y) = E(X \cdot Y) - E(X)E(Y) \Leftrightarrow E(Y) = -\frac{1}{3}$ 1 P
13. $u = 1 - \exp(-5F^{-1}(u)) \Leftrightarrow F^{-1}(u) = -\frac{\ln(1-u)}{5}$ 1 P

Lösung SS 2019 Aufgabe 2

1. $F_X(2.5) = 1 - e^{-0.2 \cdot 2.5} = 0.3935$ 0.5 P
2. $P(X > 7) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - F(7) = 1 - (1 - e^{-0.2 \cdot 7}) = 0.2466$ 1 P
3. 0 0.5 P
4. $P(1 \leq X \leq 3) = F(3) - F(1) = (1 - e^{-0.2 \cdot 3}) - (1 - e^{-0.2 \cdot 1}) = 0.4512 - 0.1813 = 0.2699$ 1 P
5. $f(0.2 - c) = 0.2e^{-0.2(0.2-c)} \neq f(0.2 + c) = 0.2e^{-0.2(0.2+c)}$
→ nicht symmetrisch 1 P
6. 25 0.5 P
7. $n \geq \frac{Var(X)}{\alpha \epsilon^2} = \frac{1/0.2^2}{(1-0.979) \cdot 1.2^2} = 826.72 \rightarrow n \geq 827$ 1 P
8. $s_{10}^2 = \frac{68}{9} = 7.5556$ 0.5 P
9. $\hat{\mu}_X = \bar{X}_n = \frac{1}{10} \cdot 72 = 7.2$ 0.5 P
10. $2\lambda_0 \sum_{i=1}^n x_i = 2 \cdot 0.3 \cdot 72 = 43.2$
 $\chi_{0.05;20}^2 = 10.85$
→ $10.85 < 43.2 \rightarrow H_0$ kann bei $\alpha = 5\%$ nicht abgelehnt werden. 1.5 P
11. H_0 wird nicht abgelehnt → $p > \alpha = 0.05 \rightarrow p = 0.4$ 0.5 P
12. $KI = [\bar{X}_n - t_{1-\alpha/2;n-1} \frac{S_n}{\sqrt{n}}; \bar{X}_n + t_{1-\alpha/2;n-1} \frac{S_n}{\sqrt{n}}] =$
 $[7.2 - t_{0.95;9} \cdot \sqrt{6.8}/\sqrt{10}; 7.2 + t_{0.95;9} \cdot \sqrt{6.8}/\sqrt{10}] =$
 $[5.6885; 8.7115]$
mit $t_{0.95;9} = 1.833$ 1.5 P

Lösung SS 2019 Aufgabe 3

1. $P(X = 0) = 0.0067$ 0.5P
2. $P(3 < X \leq 7) = F(7) - F(3) = 0.8666 - 0.2650 = 0.6016$ 1P
3. $P(X = 3) \cdot P(X = 6) = 0.1404 \cdot 0.1462 = 0.0205$ 1P
4. 5 0.5P
5. 15 0.5P
6. $Pois(10)$ 0.5P
7. sind gleich 0.5P
8. 1.6125 0.5P
9. $[\bar{Y} - \lambda_{0.975} \sqrt{\frac{\bar{Y}}{n}}; \bar{Y} + \lambda_{0.975} \sqrt{\frac{\bar{Y}}{n}}] = [1.2316; 1.7684]$ (Formel, Quantil, Grenzen) 1.5P
10. 0.3347 0.5P
11. $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(N_i - np_i^0)^2}{np_i^0} \sim \chi^2(k - 2)$ und $\chi^2 = 6.6413$ 1.5P
12. 7.81 0.5P
13. $6.6413 < 7.81$. Die Nullhypothese kann somit (bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5%) nicht abgelehnt werden. 1P

Lösung SS 2019 Aufgabe 4 (10 ECTS)

1. `max(data$Goal_a)` 0.5 P
2. `table(data$Goal_h)` 0.5 P
3. Aussage falsch, da höchste Tordifferenz +8 ist. 0.5 P
4. `data[data$Season=="2012-2013",]` 1.0 P
5. `sum(data$Goal_a>2)` 1.0 P
6. Eintracht Frankfurt, FC Augsburg, Hannover 96 1.0 P
7. `cor(data$Goal_h,data$Goal_a)` 0.5 P
8. `mean(>,a,&,<,b)` 1.5 P
9. `sum(data$Goal_h==0 | data$Goal_a==0)` 1.0 P
10. 4 1.0 P
11. `pbinom(80,100,0.6)-pbinom(40,100,0.6)` 1.0 P
12. D 0.5 P

Lösung SS 2019 Aufgabe 4 (7.5 ECTS)

1. $f_{Bin}(5; n = 20, p = 0.45) = 0.0365$ (0.5 P)
2. $1 - F_{Bin}(10; n = 20, p = 0.45) = 1 - 0.7507 = 0.2493$ (1.0 P)
3. $E[V] = np = 20 \cdot 0.45 = 9$ (0.5 P)
4. $\ln \mathcal{L}(p) = \ln\binom{n}{x} + x \ln(p) + (n - x) \ln(1 - p)$ (0.5 P)
 $\frac{d}{dp} \ln \mathcal{L}(p) = \frac{x}{p} - \frac{n-x}{1-p}$ (0.5 P)
5. $t_{(1,0)} = 72.75$ (0.5 P)
6. $t_{(0,5)} = 32.73$ (0.5 P)
7. $t_{(0,75)} - t_{(0,25)} = 1.79$ (0.5 P)
8. $\mu_3 = \frac{m_3}{\sigma^3} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^3}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2\right)^{3/2}} = \frac{486.55}{17.11^{3/2}} = 6.87$ (1.0 P)
9. rechtsschief (0.5 P)
10. $x = 269, y = 1022$ (1.0 P)
11. $H_0 : p_{ij} = p_{i \cdot} \cdot p_{\cdot j}$ (0.5 P)
12. $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \frac{\left(N_{ij} - \frac{N_{i \cdot} \cdot N_{\cdot j}}{n}\right)^2}{\frac{N_{i \cdot} \cdot N_{\cdot j}}{n}} \stackrel{a}{\sim} \chi^2((k-1)(l-1))$ (1.0 P)
13. Kritischer Wert: $\chi_{0.99}^2((k-1)(l-1)) = \chi_{0.99}^2(4) = 13.28$ (0.5 P)
14. Testentscheidung: Die Nullhypothese kann auf dem 1% Signifikanzniveau abgelehnt werden, da $58.14 > 12.91$. (1.0 P)