Untersuchung der Stabilität der Schätzung von Betafaktoren des CAPM - Ein Vergleich der KQ- mit robusten Methoden

Martin Grottke

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät
Lehrstuhl für Statistik und Ökonometrie
Lange Gasse 20
90403 Nürnberg
Germany

Zusammenfassung

Auf Tagesdaten mit der Methode der Kleinsten Quadrate geschätzte Betafaktoren des CAPM weisen bekanntlich eine starke zeitliche Instabilität auf, was ihre Brauchbarkeit für die kurzfristige Anlageentscheidung schmälert. Es soll deshalb untersucht werden, was die Ursachen dieser zeitlichen Instabilität sind, und ob es alternative Schätzverfahren gibt, die zu stabileren Betafaktoren führen. Als Ursache für die zeitliche Instabilität werden insbesondere Ausreißer in den Residuen vermutet. Alternative Schätzverfahren liefern die sog. robusten M- und GM-Schätzer, die einen Schutz vor Ausreißern bieten. Da die Residuenverteilung zudem keine Normalverteilung sondern ausgesprochen leptokurtisch ist, versprechen diese zusätzlich eine größere asymptotische Effizienz als die KQ-Schätzung.

Abstract

It is well known that the OLS-estimated beta coefficients of daily returns are time-varying. The consequence is a reduced usefulness for portfolio management. This paper analyses the reasons of this time-instability and discusses if there are alternative estimates that produce a more stable beta. In particular, the cause of this time-instability are supposed to be the existing outliers of the residuals. Alternative estimates are the so called robust M- and GM-estimates, that provide a good protection against outliers. Due to the fact that the residuals are distributed with a higher leptokurtosis than the normal distribution, the robust estimates are expected to be more efficient than OLS.

1 Einleitung

Die in den 50er und 60er Jahren aus der neoklassischen Finanzierungstheorie entstandenen Finanzmarktmodelle - wie das Capital Asset Pricing Model (CAPM) - bieten einerseits einen mathematisch schlüssigen Ansatz zur Erklärung der Zusammenhänge auf Finanzmärkten, sind andererseits jedoch insbesondere wegen der sehr engen Annahmen häufig kritisiert worden. Die Annahmen der neoklassischen Finanzierungstheorie lauten:[1]

1. Die Menschen verhalten sich gemäß den Prinzipien des „homo oeconomicus", d. h. sie handeln stets rational und versuchen, ihren Nutzen zu maximieren.

2. Die Reaktionsgeschwindigkeit der Marktteilnehmer ist unendlich groß.

3. Es existieren keine Informationsasymmetrien, d. h. alle Marktteilnehmer verfügen über die selben Informationen.

4. Es fallen keine Transaktionskosten an.

Zusätzlich werden bei den Finanzmarktmodellen noch weitere Annahmen getroffen, die überwiegend mathematischer und statistischer Natur sind.

Für das aus dem CAPM hervorgegangene Konzept des Betafaktors besteht eine dieser zugrunde liegenden Annahmen in der Normalverteilung der Residuen; wie auf die Nichterfüllung eben dieser Annahme reagiert werden kann, soll in nachfolgender Arbeit näher untersucht werden.

2 Der Betafaktor im CAPM

2.1 Theoretische Grundlagen

Das CAPM basiert auf der Beobachtung, daß sich zahlreiche äußere Einflüsse in gleicher Weise auf den Gesamtmarkt auswirken,[2] allerdings auf die verschiedenen Aktien mit unterschiedlicher Intensität. Beispielsweise führt eine Zinssteigerung dazu, daß die Attraktivität des Aktienmarktes nachläßt, da die Anleger höhere Renditen am Rentenmarkt erzielen können. Gleichzeitig sind Unternehmen gezwungen, mehr Zinsen für ihre Kredite zu zahlen, was zurückgehende Gewinne zur Folge hat. Allerdings sind die Auswirkungen auf stärker verschuldete Unternehmen größer. Somit bewirken steigende Zinsen in der Regel bei allen Aktien nachgebende Kurse, wovon aber aus strukturellen Gründen einige stärker betroffen sind als andere. Bei fallenden Zinsen sind die umgekehrten Auswirkungen zu beobachten. Daraus ergibt sich, daß einige Aktien unabhängig von der Richtung der Kursänderung am Gesamtmarkt überproportional reagieren. Somit lassen sich Gesetzmäßigkeiten im Zusammenhang zwischen der Rendite einer Aktie und eines Index ableiten. Darüber hinaus existiert ein weiterer, unternehmensabhängiger Anteil, der nicht von allgemeinen Marktbedingungen, sondern nur von besonderen Unternehmenseinflüssen bestimmt wird - zu denken ist beispielsweise an den überraschenden Rücktritt des Vorstandsvorsitzenden oder an einen Brand in einem Fertigungsbetrieb - wodurch lediglich der Kurs der entsprechenden Aktie beeinflußt wird.[3]

[1]Vgl. Gerke/Bank (1995), S. 2.
[2]Vgl. Steiner/Bruns (1995), S. 11.
[3]Vgl. Steiner/Bruns (1995), S. 11.

Daraus läßt sich nun folgende lineare Beziehung für die Rendite einer Aktie in Abhängigkeit von der Indexrendite ableiten:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i \cdot R_I,$$

wobei R_I die Rendite des Index, α_i den sog. Alphafaktor, der den vom Index unabhängigen Anteil der Kursbewegung einer Aktie umfaßt, β_i den sog. Betafaktor, der die Stärke der Reaktion der Aktie auf die Veränderung des Index mißt, sowie R_i die daraus ermittelte Rendite der Aktie bezeichnet.

Ermittelt man die Parameter α_i und β_i aus jeweils T Index- und Wertpapierrenditen der Vergangenheit, so müssen zusätzlich T Störgrößen u_{it} (t=1,..,T) berücksichtigt werden, die die zufälligen und nicht erklärbaren Abweichungen beinhalten:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i \cdot R_{It} + u_{it} .$$

Alpha- und Betafaktor werden nun mittels der Kleinst-Quadrat-Methode des klassischen linearen Normalverteilungsmodells geschätzt, deren Ansatz es ist, die Summe der quadrierten Abweichungen

$$\sum_{t=1}^{T} u_{it}^2 = \sum_{t=1}^{T} \left(R_{it} - \alpha_{it} - \beta_{it} R_{It}\right)^2$$ bezüglich α_i und β_i zu minimieren,

was zu den Normalgleichungen

$$\sum_{t=1}^{T} u_{it} = \sum_{t=1}^{T} \left(R_{it} - \alpha_{it} - \beta_{it} R_{It}\right) = 0$$ und

$$\sum_{t=1}^{T} u_{it} R_{It} = \sum_{t=1}^{T} \left(R_{it} - \alpha_{it} - \beta_{it} R_{It}\right) R_{It} = 0$$

und damit zu den Ergebnissen

$$\hat{\beta}_i = \frac{T \sum_{t=1}^{T} R_{it} R_{It} - \sum_{t=1}^{T} R_{it} \sum_{t=1}^{T} R_{It}}{T \sum_{t=1}^{T} R_{it}^2 - (\sum_{t=1}^{T} R_{it})^2},$$

$$\hat{\alpha}_i = \overline{R}_{It} - \hat{\beta}_i \overline{R}_{it}$$

führt.

Damit der KQ-Schätzer gute endliche Eigenschaften besitzt, müssen die bekannten Annahmen (insbesondere $E(u_{it})=0$, Homoskedastie und keine Autokorrelation) vorliegen. Die Annahme, daß der Regressor R_{It} nicht-stochastisch ist, muß in jedem Fall verletzt sein, da die Rendite des Aktienindex von der als Zufallsvariable modellierten Rendite der jeweiligen Aktie funktional abhängt. Im folgenden soll davon ausgegangen werden, daß dieser „Fehler in den Variablen" vernachlässigbar ist.

Die KQ-Schätzer lassen sich im übrigen unter den bekannten Annahmen und der zusätzlichen Voraussetzung, daß die Störgröße normalverteilt ist, auch als Maximum-Likelihood-Schätzer herleiten.

2.2 Überlegungen zur Gültigkeit des CAPM

Das CAPM basiert - wie bereits angesprochen - auf dem Versuch, zukunftsorientierte Zusammenhänge zwischen einer Aktie und einem Index mittels historischer Daten zu schätzen. Dieses Vorgehen setzt allerdings voraus, daß die ermittelten Parameter, insbesondere der Betafaktor, im Zeitablauf stabil sind.[4] Somit darf also die Auswahl des untersuchten Zeitraumes keinen Einfluß auf die Regressionsschätzungen haben.[5] Zahlreiche Untersuchungen kommen jedoch zu dem Ergebnis, daß die geschätzten Betafaktoren im Zeitablauf relativ stark schwanken.

So stellt z. B. Ulschmid u. a. fest, daß insbesondere extreme - also sehr große oder kleine - Betafaktoren tendenziell weniger stabil sind.[6] Perridon und Steiner zeigen, daß die Änderungen des Betafaktors besonders an Tagen großer Kursausschläge des Gesamtmarktes sehr hoch sein können.[7] Reiß und Mühlbradt kommen zu dem Ergebnis, daß im Gegensatz zu Portfolios aus mehreren Aktien insbesondere bei einzelnen Aktien große Instabilitäten des Betafaktors auftreten.[8]

Diese und weitere Analysen stehen somit im Widerspruch zu den Aussagen des CAPM. Allerdings stellt sich die Frage, welcher Art die zu beobachtende Schwankung ist und welche Ursachen für die Instabilitäten ermittelt werden können.

Eine mögliche Art der Änderung des Betafaktors besteht in einer plötzlichen und dauerhaften Anpassung von einem Ausgangsniveau auf ein anderes Niveau bzw. in einem längeranhaltenden Anstieg oder Rückgang von Beta. Eine Erklärung hierfür ist, daß ein Unternehmen im Zeitablauf ebenfalls nicht statisch sein muß, sondern sich verändern kann. So werden neue Geschäftsfelder erschlossen, andere Unternehmen übernommen oder Veränderungen der Kapitalstruktur durchgeführt. Eine Zins- oder Dollaränderung hätte somit in der Zukunft möglicherweise andere Auswirkungen als in der Vergangenheit. Um den Betafaktor adäquat zu schätzen, müßten also unternehmensspezifische Größen in die Schätzung einbezogen werden bzw. eine Ermittlung völlig ohne die Berücksichtigung von Vergangenheitswerten allein aufgrund fundamentaler Daten erfolgen.[9] Ein solches Vorgehen könnte man als Erweiterung des CAPM bzw. als Entwicklung eines völlig neuen Modells interpretieren.

Eine weitere Art auftretender Schwankungen besteht in einer unregelmäßigen Streuung um einen relativ konstanten arithmetischen Mittelwert. Dies würde zwar die Aussagekraft einer einzelnen Regressionsschätzung vermindern, andererseits könnte sich ein langfristig orientierter Anleger aber bei der Zusammenstellung seines Portfolios an den Mittelwerten orientieren. Den grundsätzlichen Überlegungen des CAPM würde diese Art der Streuung nicht unbedingt widersprechen. Fraglich ist allerdings, ob das KQ-Schätzverfahren in diesem Fall zur Ermittlung des Betafaktors geeignet ist. Probleme bei der Schätzung sind insbesondere dann zu befürchten, wenn die Annahmen, die dem KQ-Verfahren zugrunde liegen, nicht zutreffen. Dabei

[4]Vgl. Steiner/Bruns (1995), S. 34 und Kosfeld (1996), S. 161.
[5]Vgl. Ulschmid (1994), S. 235.
[6]Vgl. Ulschmid (1994), S. 334.
[7]Vgl. Perridon/Steiner (1995), S. 260/261.
[8]Vgl. z. B. Reiß/ Mühlbradt (1979), S. 60.
[9]Vgl. die Untersuchung von Steiner/Bauer (1994), S. 347-368 bzw. Bauer (1992).

sind insbesondere Autokorrelation und Nicht-Normalität der Residuen zu vermuten, wobei diese Nicht-Normalität der ausgeprägten Leptokurtosis der Residuenverteilungen und dem Auftreten von Ausreißern zuzuschreiben ist, wie die folgende Betrachtung der Veba-Aktie zeigt.

Führt man eine Regression der Rendite des Deutschen Aktienindex (DAX) auf die Rendite der Veba-Aktie über den gesamten Untersuchungszeitraum[10] durch, so zeigt sich sowohl anhand einer nichtparametrischen Dichteschätzung der Residuen als auch eines Quantile-Quantile-Plots (QQ-Plots), der die Quantile einer Standardnormalverteilung mit den Quantilen der Residuen der empirischen Verteilung vergleicht, daß die Verteilung der Residuen deutlich stärkere Tails aufweist als die Normalverteilung. Somit kann die Normalverteilungsannahme nicht bestätigt werden:

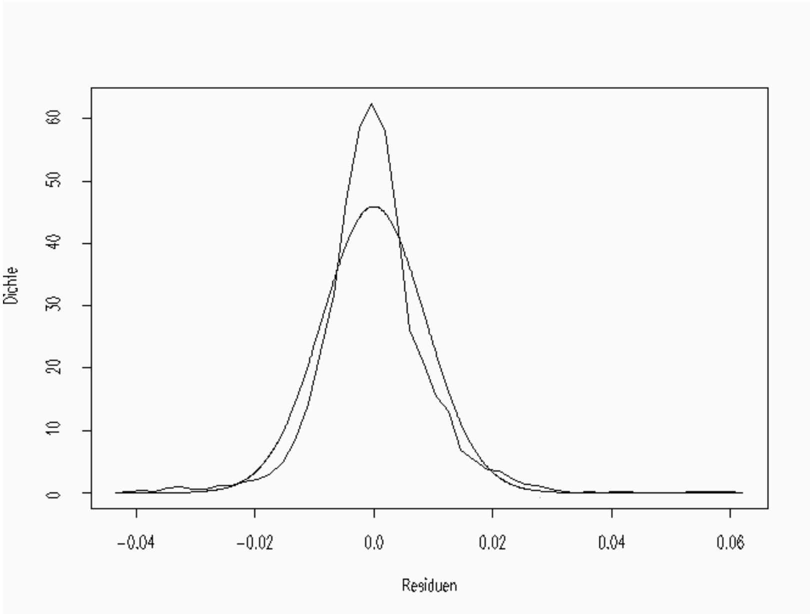


Abb. 1: Nichtparametrische Dichteschätzung der Residuen

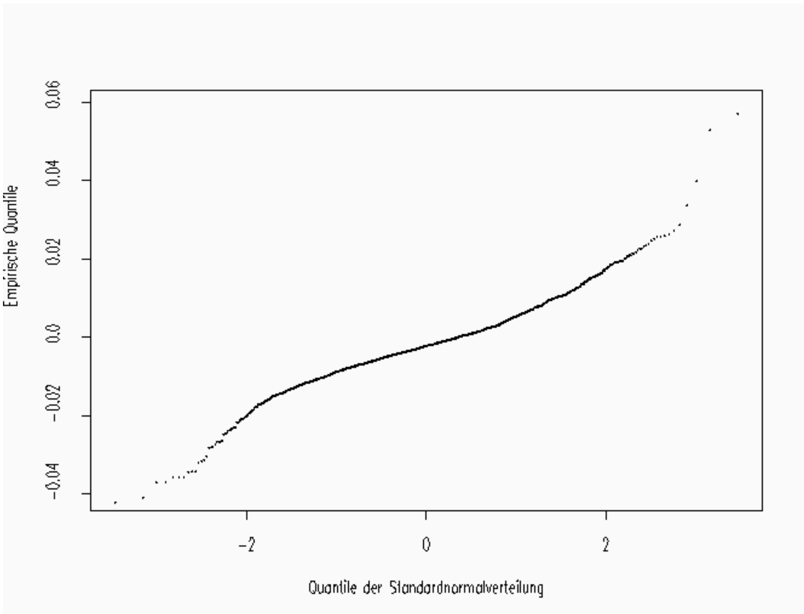


Abb. 2: QQ-Plot der Residuen und der Standardnormalverteilung

---

[10]Vgl. Abschnitt 4.

Führt man einen Durbin-Watson-Test auf Autokorrelation der Störgrößen über den gesamten Untersuchungszeitraum durch, so läßt sich zwar die Hypothese, daß keine Autokorrelation vorliegt, bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von fünf Prozent nicht ablehnen. Andererseits ergibt die Autokorrelationsfunktion teilweise deutliche Hinweise auf Autokorrelation, was sich allerdings durch das Entfernen von Ausreißern vermindern läßt. Verkürzt man die Schätzzeiträume auf jeweils 30 aufeinanderfolgende Beobachtungen, so läßt sich die Hypothese, daß keine Autokorrelation vorliegt, in zahlreichen Fällen nicht mehr ablehnen. Insgesamt läßt sich also festhalten, daß die Annahme fehlender Autokorrelation weder eindeutig bestätigt noch widerlegt werden kann.[11]

Für Instabilitäten des Betafaktors könnte schließlich noch das Auftreten von plötzlichen und starken Veränderungen der Schätzergebnisse, die sich im Gegensatz zu obigem Fall nicht dauerhaft bestätigen, verantwortlich sein. Diese Ergebnisse sind insbesondere in Zeiten großer Schwankungen in der Rendite des Gesamtmarktes oder der einzelnen Aktie, wie sie beispielsweise während eines Crashes vorkommen, zu beobachten. Auch in diesem Fall könnte durch ein geändertes Schätzverfahren möglicherweise ein Rückgang der Schwankung erzielt werden.

In den nachfolgenden Analysen soll daher untersucht werden, ob durch die Wahl anderer als des bisher üblichen KQ-Schätzverfahrens die Stabilität des Betafaktors und somit die Validität des CAPM erhöht werden kann.

3 Die M-Regressionsschätzer der robusten Statistik

3.1 Warum robuste Regression? - Das Problem der Ausreißer

Die starke Sensitivität der KQ-Schätzer und damit auch die zeitliche Instabilität in bezug auf das Auftreten von Ausreißern läßt sich durch alternative sog. robuste Schätzverfahren lindern. Aus einer Reihe von Vorschlägen sollen hier nur die sog. M-Schätzer betrachtet werden. Diese setzen entweder an der Normalverteilung der KQ-Schätzung an, indem statt der Residuen u_{it} eine Funktion der Residuen $\psi(u_{it})$ berücksichtigt wird, wobei ψ eine Gewichtung extremer Residuen vornimmt. Die wohl bekanntesten Vorschläge zur Wahl von ψ werden im nächsten Abschnitt kurz erläutert. Die Bestimmung von ψ kann aber auch über eine Modifikation der Maximum-Likelihood-Schätzung motiviert werden. Wenn ψ einen Schutz vor Ausreißern liefern soll, dann gibt es im allgemeinen eine leptokurtische Dichte f, so daß $\psi = - f`/f$ ist. Spezifiziert man mithin die Residuenverteilung durch f, so kann man gleichzeitig die Leptokurtis und einen Schutz vor Ausreißern erreichen. Dies ist auch naheliegend, da leptokurtische Verteilungen als datenerzeugende Modelle, die gerade Ausreißer „erklären“ können, konzipiert sind.

Die leptokurtische Dichte läßt sich gelegentlich auch als Repräsentant einer Verteilungsfamilie auffassen. Die Maximum-Likelihood-Schätzung ist unter Regularitätsbedingungen bekanntlich asymptotisch effizient. Betrachtet man nun eine konkrete Verteilungsumgebung um die Normalverteilung, so läßt sich f als Dichte ableiten, für die die zugehörige Maximum-Likelihood-Schätzung den größten asymptotischen Effizienzverlust besitzt, wenn tatsächlich die Normalverteilungsannahme erfüllt ist.[12] Ein alternativer Ansatz spezifiziert keine Verteilungsumgebung, sondern gibt gewünschte Eigenschaften der Funktion ψ vor (z. B. $\psi(x)=0$ für

[11] Vgl. die Untersuchung von Kosfeld (1996), S. 166-168.
[12] Vgl. Huber (1981), S. 76ff.

| x | > c), so daß unter diesen Nebenbedingungen ein asymptotisch optimaler M-Schätzer gesucht wird.[13]

3.2 Verschiedene robuste M-Regressionsschätzer

Ausgehend von den Normalgleichungen der Kleinst-Quadrat-Schätzung erfolgt die Bestimmung der M-Regressionsschätzer in der Weise, daß statt der Residuen u_{it} nun eine Funktion der Residuen $\psi(u_{it})$ in die Normalgleichungen eingeht:

$$\sum_{t=1}^{T} \left(\psi\left(u_{it}\right)\right) = \sum_{t=1}^{T} \left(\psi\left(R_{it} - \alpha_i - \beta_i R_{It}\right)\right) = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{T} \left(\psi\left(u_{it}\right) R_{It}\right) = \sum_{i=1}^{T} \left(\psi\left(R_{it} - \alpha_i - \beta_i R_{It}\right) R_{It}\right) = 0.$$

Da die M-Schätzer im Gegensatz zu der KQ-Schätzung keine Skaleninvarianz besitzen,[14] ist es nötig, die Residuen zu standardisieren, was gewöhnlich durch eine Division durch den MAD (median absolute deviation) geschieht.

Der MAD lautet:[15]

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{0.6745} \operatorname*{med}_{t} \left\{ \left| \left(R_{it} - \hat{\alpha}_i^{(0)} - \hat{\beta}_i^{(0)} R_{It} \right) - \operatorname*{med}_{s} \left\{ \left(R_{is} - \hat{\alpha}_i^{(0)} - \hat{\beta}_i^{(0)} R_{Is} \right) \right\} \right| \right\}$$

mit s = (1,...,T) Beobachtungen, wobei 0.6745 der durchschnittliche Wert des MAD für Stichproben aus der Standardnormalverteilung ist. Bei $\hat{\alpha}_i^{(0)}$ und $\hat{\beta}_i^{(0)}$ handelt es sich um eine erste Schätzung für den Alpha- und Betafaktor. Dabei kann beispielsweise der LAR (least absolute residuals)- oder der KQ-Schätzer zur Anwendung kommen.

Unter Berücksichtigung der Standardisierung führt dies somit schließlich zu folgenden Normalgleichungen bei standardisierten Residuen $t_{it} = u_{it} / \hat{\sigma}$:

$$\sum_{i=1}^{T} \psi\left(\frac{u_{it}}{\hat{\sigma}} \right) = \sum_{i=1}^{T} \psi\left(t_{it}\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{T} \psi\left(\frac{u_{it}}{\hat{\sigma}} \right) R_{It} = \sum_{i=1}^{T} \psi\left(t_{it}\right) R_{It} = 0.$$

Durch unterschiedliche Wahlmöglichkeiten für $\psi(t_{it})$ erhält man verschiedene M-Schätzer.[16] Zwei Beispiele dafür werden nachfolgend vorgestellt.

[13] Vgl. Hampel/Ronchetti/Rousseuw/Stahel (1986), S. 45/46.
[14] Vgl. Klein (1985), S. 30/31.
[15] Vgl. Li (1985), S. 302.
[16] Vgl. Barnett/Lewis (1983), S. 80.

Grundsätzlich kann man die M-Schätzer in zwei Klassen einteilen, abhängig davon, ob Ausreißer völlig aus der Bewertung fallen (sog. „redescending functions“ oder „wiederabnehmende Funktionen“), oder ob sie lediglich in ihrem Einfluß begrenzt werden.

3.2.1 Der Huber-M-Schätzer

Der Huber-M-Schätzer gehört zu denjenigen Schätzern, bei denen Ausreißer zwar ab einer gewissen Größe k des standardisierten Residuums in ihrem Einfluß begrenzt werden, dennoch aber jeder Datenwert in der Berechnung berücksichtigt wird. Die Größe k, die den Beginn der Robustifizierung angibt, wird dabei als Tuningkonstante bezeichnet.

Die Funktion des Huber-M-Schätzers hat folgende Form:[17]

$$\psi(t_{it}) = \begin{cases} t_{it} & \text{für } \mid t_{it} \mid \leq k \\ \operatorname{sign}(t_{it}) \cdot k & \text{für } \mid t_{it} \mid > k \end{cases}$$

Solange der Absolutbetrag des standardisierten Residuums den Wert der Tuningkonstanten k nicht überschritten hat, geht der Wert mit demselben Gewicht in die Schätzung ein wie bei der KQ-Schätzung Dies ändert sich für $\mid t_{it} \mid > k$. Ab diesem Punkt | k | erhalten alle Daten den gleichen Einfluß, unabhängig davon, wie groß das Residuum ist.

3.2.2 Der Hampel-M-Schätzer

Der Hampel-M-Schätzer basiert auf den Überlegungen von Huber, allerdings mit dem Unterschied, daß Ausreißer mit sehr großen standardisierten Residuen völlig aus der Betrachtung fallen. Damit gehört der Hampel-Schätzer zu den „redescending functions“.

Die ψ-Funktion lautet:[18]

$$\psi(t_{it}) = \begin{cases} t_{it} & \text{für } 0 \leq \mid t_{it} \mid \leq a \\ \operatorname{sign}(t_{it}) \cdot a & \text{für } a < \mid t_{it} \mid \leq b \\ \operatorname{sign}(t_{it}) \cdot a \cdot \dfrac{c - \mid t_{it} \mid}{c - b} & \text{für } b < \mid t_{it} \mid \leq c \\ 0 & \text{für } \mid t_{it} \mid > c \end{cases}$$

Somit haben die beiden Schätzer in weiten Bereichen identisches Aussehen. Lediglich ab einer weiteren Grenze, die bei der Tuningkonstanten b erreicht wird, werden die Daten noch stärker heruntergewichtet, bis sie ab $\mid t_{it} \mid > c$ völlig aus der Analyse genommen werden.

3.3 Die Wahl der Tuningkonstanten

Insbesondere der Parameter k der Huber-Schätzung hängt mit der Leptokurtis der implizierten Verteilung, für die die M-Schätzung eine Maximum-Likelihood-Schätzung ist, zusammen. Diese Verteilung setzt sich nämlich zusammen aus einer Normalverteilung im Zentrum und

[17] Vgl. Li (1985), S. 293.
[18] Vgl. Li (1985), S. 293.

einer doppelten Exponentialverteilung in den Rändern, die gerade die größere Leptokurtis berücksichtigt. D. h. je kleiner der Parameter k gewählt wird, desto leptokurtischer kann die modellierte Residuenverteilung sein. Das Ausmaß der Leptokurtosis wird durch die Vorgabe einer Verteilungsumgebung um die Normalverteilung bestimmt, die sich als Kontamination einer Normalverteilung mit einer beliebigen anderen Verteilung mit endlicher Fisher-Information ergibt. Im Sinne des Abschnittes 3.1 liefert dann k bei gegebenem Kontaminationsgrad diejenige Verteilung mit dem größten asymptotischen Effizienzverlust, wenn tatsächlich eine Normalverteilung vorliegt. Der Kontaminationsgrad determiniert den Ausreißeranteil, der in den Daten vermutet wird.

Die Parameter der Hampel-Schätzung sind etwas komplizierter zu motivieren. In einer umfangreichen Simulationsstudie[19] sind aber auch hierfür Aussagen über Effizienzverluste gemacht worden, die die Wahl der Tuningkonstanten beeinflussen.

4 Vergleich der verschiedenen M- mit dem KQ-Schätzer

Für die empirische Analyse werden die täglichen Kursentwicklungen der 30 im Deutschen Aktienindex (DAX) enthaltenen Aktien vom 25.7.1988 bis 10.1.1996 zugrunde gelegt. Es stellt sich die Frage, mit welchem Index die ermittelten Renditen verglichen werden sollen. Eine Untersuchung von Frantzmann kommt dabei zu dem Ergebnis, daß verschiedene gebräuchliche Indizes am deutschen Aktienmarkt zu nahezu identischen Ergebnissen führen.[20] Da es sich bei dem DAX um den am weitesten verbreiteten Index in Deutschland handelt, erscheint dieser am geeignetsten.

Ausgehend von der Überlegung, daß die zu beobachtende Streuung des KQ-geschätzten Betafaktors zumindest teilweise eine Folge des Nichtvorliegens der Normalverteilung sein könnte, soll nachfolgend insbesondere der Frage nachgegangen werden, ob die robusten Verfahren in der Lage sind, die Schwankung des Betafaktors im Zeitablauf zu beseitigen oder zumindest zu mindern.

Die zeitliche Instabilität der geschätzten Betafaktoren soll für jedes Schätzverfahren durch die Standardabweichung gemessen werden. Die rollierende Berechnungsweise, in dem jeweils ein Tag in die Schätzperiode neu hinzukommt und ein Tag zu Beginn der Schätzperiode weggelassen wird, führt zu einer zeitlichen Abhängigkeit der geschätzten Betafaktoren, so daß die Standardabweichung über zum Teil stark korrelierte Werte berechnet wird. Da es aber nur um einen Vergleich der Instabilitäten alternativer Schätzverfahren und nicht um eine Beurteilung der Größenordnung der Standardabweichung geht, scheint dieses Vorgehen vertretbar zu sein. Bezeichnet wird die Standardabweichung des robust geschätzten Betafaktors nachfolgend mit σ_{RS} im Gegensatz zu σ_{KQ} für die Standardabweichung des KQ-geschätzten Betas. Zur besseren Übersichtlichkeit wird außerdem für jede Aktie der Quotient aus den beiden Standardabweichungen (σ_{KQ}/σ_{RS}) errechnet.

Ebenfalls von Interesse wird sein, welche Unterschiede sich zwischen der 30- und der 200-Tages-Schätzung nach den Methoden von Huber und Hampel ergeben und was eine Variation der Tuningkonstanten bewirkt. Da der Grad der Verschmutzung der Normalverteilung nicht bekannt ist, werden dazu für den Huber-M-Schätzer die Tuningkonstanten k=1, k=1.5, k=2 und k=2.5 gewählt, sowie für den Hampel-M-Schätzer die Kombinationen a=1.7, b=3.4 und c=8.5 bzw. a=2.1, b=4.0 und c=8.2 sowie a=2.5, b=4.5 und c=8.5.

---

[19] Vgl. Andrews/Bickel/Hampel/Huber/Rogers/Tukey (1972).
[20] Vgl. Frantzmann (1990), S. 81/82.

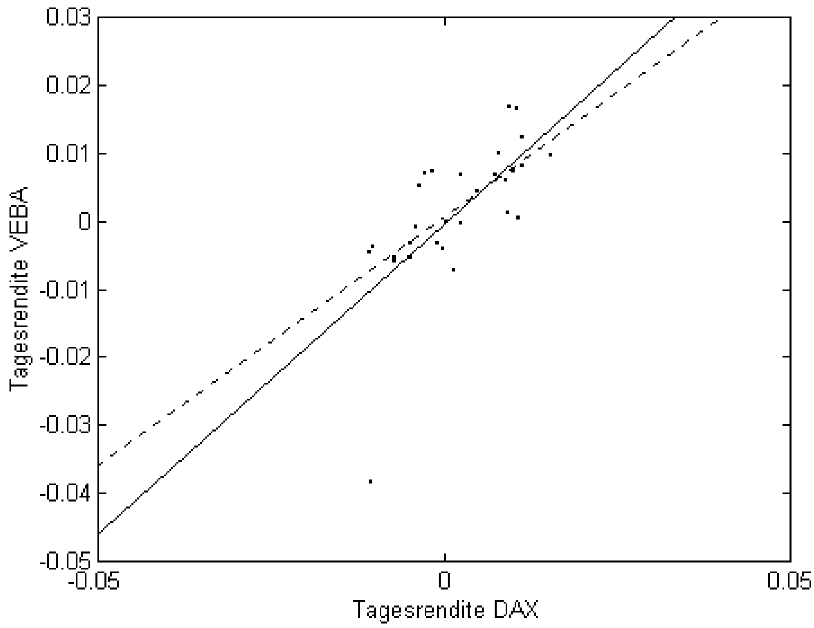
Nachfolgend soll zunächst jeweils eine genauere Analyse der unterschiedlichen Auswirkungen der robusten M-Schätzung bei verschiedenen Datenkonstellationen anhand von Beispielen exemplarisch vorgenommen werden. Anschließend wird in einer langfristigen Betrachtung der Frage nachgegangen, ob die robuste M-Schätzung insgesamt zu einer geringeren Standardabweichung des Betafaktors führt.

4.1 Der 30-Tages-Betafaktor

4.1.1 Das Auftreten „großer" Ausreißer

Nachfolgend sei als „großer" Ausreißer eine Beobachtung verstanden, deren absolutes standardisiertes Residuum t_i mindestens den Wert vier erreicht und damit die oben gewählten ersten Tuningkonstanten k bzw. a deutlich überschreitet.[21] Das Auftreten einer solchen Beobachtung führt zu einer typischen Auswirkung der robusten Schätzung.

Ein Beispiel für die Wirkungsweise des robusten Huber-M-Schätzers bei einer Tuningkonstanten von k=1 auf einen Ausreißer bietet die Aktie der VEBA AG am Tag 1681. Einem Rückgang des DAX um 1.05 Prozent steht dabei ein Verlust der Aktie der VEBA AG um 3.83 Prozent gegenüber. Dies führt zu einer Anpassung des KQ-geschätzten Betafaktors von +0.6487 am Vortag auf +0.9136. Die durchgeführte Regression des entsprechenden Tages verdeutlicht folgende Grafik:



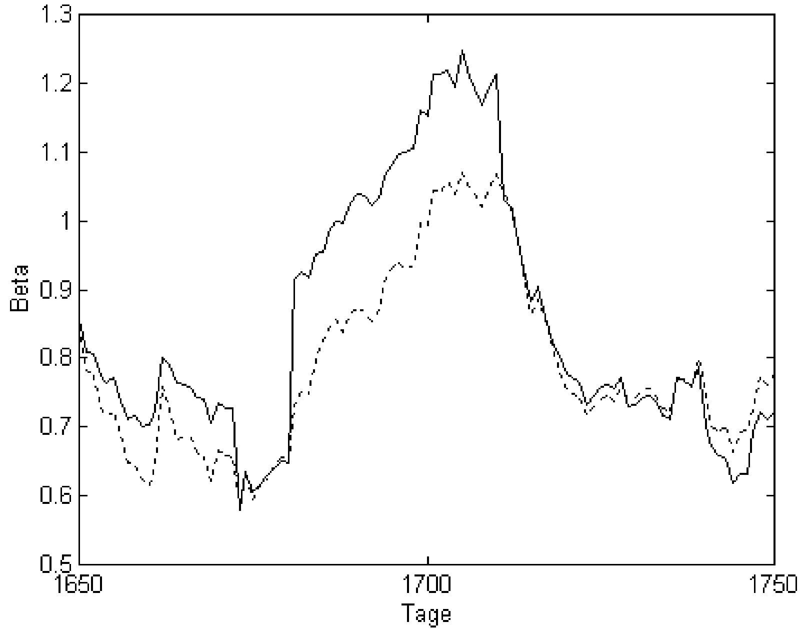
___ KQ   _ _ _ Huber mit k=1

Abb. 3: Die Entstehung der KQ- und M-Regressionsgerade von VEBA am Tag 1681

Ohne diesen Ausreißer ergibt sich eine Steigung der KQ-Regressionsgeraden von lediglich +0.6812. Der Betafaktor der Huber-M-Schätzung liegt bei +0.7324 und damit relativ nahe an dieser KQ-Schätzung über 29 Beobachtungen. Das zugehörige standardisierte Residuum dieses Wertes errechnet sich nach den durchgeführten Iterationen mit -7.8707, wodurch eine

[21]Zu genaueren Ausführungen und Teststatistiken zur Bestimmung von Ausreißern vgl. Barnett/Lewis (1983), Kapitel 9 und 10

Klassifizierung als Ausreißer und somit eine starke Heruntergewichtung erfolgt. Da der Ausreißer 30 Tage lang wirksam ist, kann man genau so lange einen deutlichen Unterschied zwischen der Kleinst-Quadrate- und der robusten Schätzung feststellen:



___ KQ ___ Huber mit k=1

Abb. 4: Die 30-Tages-Betafaktoren von VEBA von Tag 1650 bis 1750

Der robuste Betafaktor liegt nahezu über die gesamte 30-tägige Phase näher am arithmetischen Mittelwert für beide Schätzverfahren von jeweils ca. 0.81, was in diesem Bereich eine geringere Standardabweichung der robusten Schätzung bewirkt.

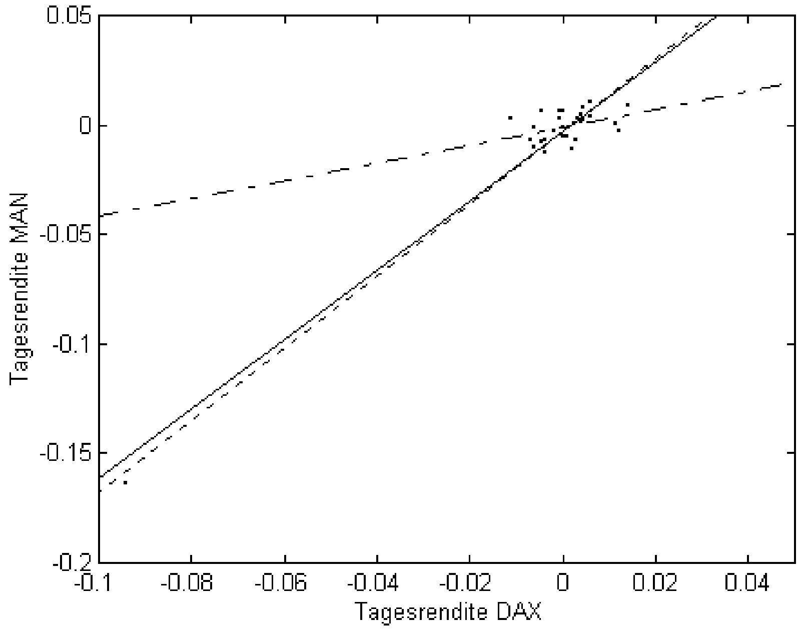
4.1.2 Das Auftreten von Hebelpunkten

Hebelpunkte sind dadurch gekennzeichnet, daß sie in Richtung der exogenen Variablen - in unserem Fall also der Tagesrendite des DAX - sehr weit von den übrigen Daten entfernt liegen.[22] Sie üben in der Regel einen großen Einfluß auf die Regressionsgerade aus.[23]

Ein typisches Beispiel für einen Hebelpunkt bietet die Regressionsschätzung der MAN zum Tag 739:

---

[22]Vgl. Li (1985), S. 288.
[23]Vgl. Klein (1995), S. 23.



___ KQ   _ _ _ Huber   __ _ __ KQ (ohne Hebelpunkt)

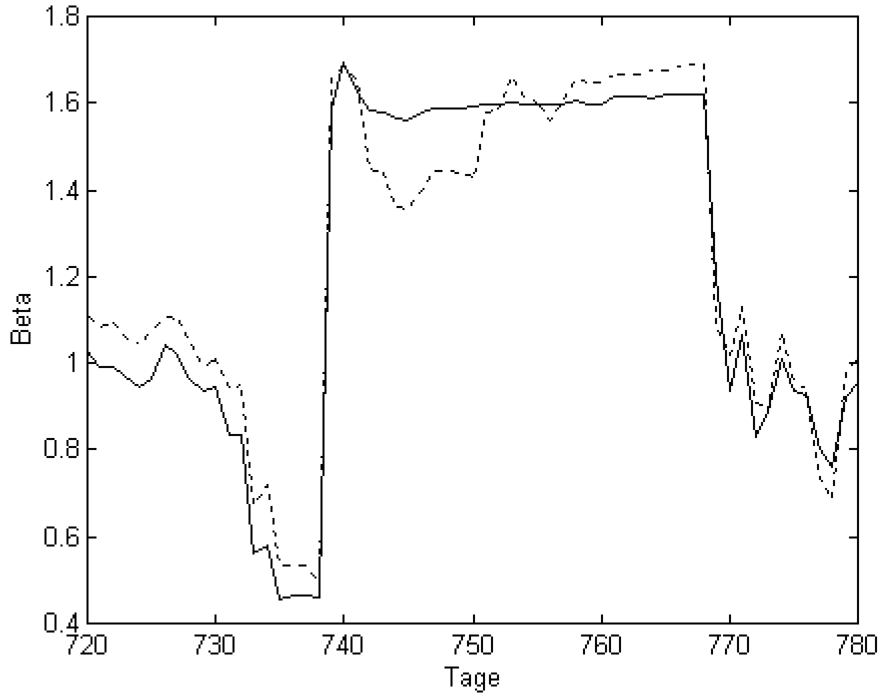
Abb. 5: Die Entstehung der KQ-, M- und GM-Regressionsgerade der MAN am Tag 739

Der an diesem Tag aufgetretene Hebelpunkt mit einer DAX-Rendite von -9.40 Prozent bei einer Aktienrendite von -16.33 Prozent ruft eine wesentlich stärkere Steigung der KQ-Regressionsgeraden hervor. Durch Weglassen dieses Punktes erhält man einen KQ-Betafaktor von lediglich 0.4100. Der robuste M-Schätzer ist nicht in der Lage, diesen hohen Einfluß des einzelnen Punktes zu mindern. Dies liegt daran, daß das standardisierte Residuum des Hebelpunktes lediglich 0.0338 beträgt und damit keine Klassifizierung als Ausreißer erfolgt. Dagegen sind einige Werte der Punktwolke weiter von der Regressionsgeraden entfernt, was dazu führt, daß der Steigungsparameter bei der robusten Schätzung noch stärker auf den Hebelpunkt reagiert. Nachfolgende Tabelle zeigt die verschiedenen Beta-Schätzungen vor und nach Auftreten des Hebelpunktes:

\ Verfahren Tag	KQ	M	KQ (ohne Hebelpunkt)
738	0.4595	0.4958	-
739	1.5855	1.6557	0.4100

Tab. 1: Die verschiedenen Betafaktoren der MAN der Tage 738 und 739

Dadurch erhält man folgende grafische Darstellung:



___ KQ _ _ _ Huber mit k=1

Abb. 6: Die 30-Tages-Betafaktoren der MAN von Tag 720 bis 780

4.1.3 Langfristiger Vergleich

Wie verändert sich nun die Intensität der Schwankung durch die Benutzung des robusten Huber-M-Schätzers bei k=1 für einen längeren Zeitraum? Es gelingt zwar - mit Ausnahme der Linde-Aktie - bei nahezu allen 30 DAX-Werten, die Standardabweichung zu senken, doch wird dieser Effekt meist erst bei der zweiten oder dritten Nachkommastelle sichtbar. Bildet man den Quotienten beider Standardabweichungen (σ_{KQ}/σ_{RS}) - womit Werte über eins auf eine größere Stabilität des robust geschätzten Betafaktors im Zeitablauf hinweisen - , so werden die Unterschiede deutlicher. Durchschnittlich erzielt man eine Senkung der Standardabweichung um ca. sechs bis sieben Prozent. Dabei besteht kein eindeutiger Zusammenhang zwischen der Höhe der Standardabweichung des KQ-geschätzten Betafaktors und der erreichbaren Absenkung durch den Huber-M-Schätzer. Bei der Linde AG erhält man sogar eine höhere Standardabweichung mit der robusten Schätzung, obwohl σ_{KQ} mit 0.2546 ähnlich hoch ist wie bei der Dresdner Bank (0.2521). Ursächlich hierfür sind die in einigen Phasen größeren Abweichungen des robusten Betafaktors vom arithmetischen Mittelwert.

Ebenso zeigt sich, daß die Aktien verschiedener Unternehmen der gleichen Branche keineswegs im gleichen Ausmaß reagieren müssen. So liegen beispielsweise bei den fünf im DAX vertretenen Banken zwar die durchschnittlichen Betafaktoren relativ nahe zusammen (zwischen 0.79 und 0.86), und auch die dazugehörigen Standardabweichungen σ_{KQ} unterscheiden sich nur wenig. Durch Anwendung des Huber-Schätzers bei k=1 geht allerdings die Standardabweichung des Betakoeffizienten der Aktie der Dresdner Bank AG um fast 23 Prozent zurück, während bei der Bayerischen Hypotheken- und Wechselbank AG lediglich ein Rückgang von 0.02 Prozent vorliegt.

Wie wirkt sich eine Veränderung von k auf die Stabilität des Betafaktors im Zeitablauf aus? Zunächst läßt sich feststellen, daß wegen der Identität von robuster Huber-M-Schätzung für „k gegen unendlich“ und KQ-Schätzung die Standardabweichungen beider Betas in diesem Fall ebenfalls identisch sein müssen. Bei einer höheren Tuningkonstanten ist also tendenziell mit einer Annäherung der Standardabweichungen zu rechnen. Für die Dresdner Bank ergibt sich beispielsweise für k=2 ein Quotient σ_{KQ}/σ_{RS} von 1.1872 gegenüber 1.2299 für k=1. Allerdings verläuft diese Angleichung der Schwankung des robusten Betafaktors keineswegs einheitlich. Bei zahlreichen Aktien führt eine Steigerung der Tuningkonstanten von k=1.0 auf k=1.5 bzw. zum Teil auch auf k=2.0 zu einer geringeren Schwankung von $\hat{\beta}_{RS}$. Somit erreicht man durch eine stärkere Robustifizierung keineswegs automatisch eine höhere Stabilität im Zeitablauf. Dies liegt daran, daß Datenkonstellationen existieren können, bei denen gerade diejenigen Werte robustifiziert werden, die zu einer geringeren Abweichungen des KQ-geschätzten Betafaktors vom arithmetischen Mittel führen.

Die Zugrundelegung des Hampel-M-Schätzers führt meist nur zu geringen Änderungen der robusten Schätzungen.

Fazit

Im Hinblick auf die Standardabweichung der Betafaktoren im Zeitablauf kann bei der 30-Tages-Schätzung eine Anwendung der robusten M-Schätzung empfohlen werden, da durch diese in aller Regel eine Absenkung der Standardabweichung erzielt werden kann. Dieser Rückgang ist bei kleinen Tuningkonstanten meist deutlicher ausgeprägt.

4.2 Der 200-Tages-Betafaktor

4.2.1 Das Auftreten „großer“ Ausreißer

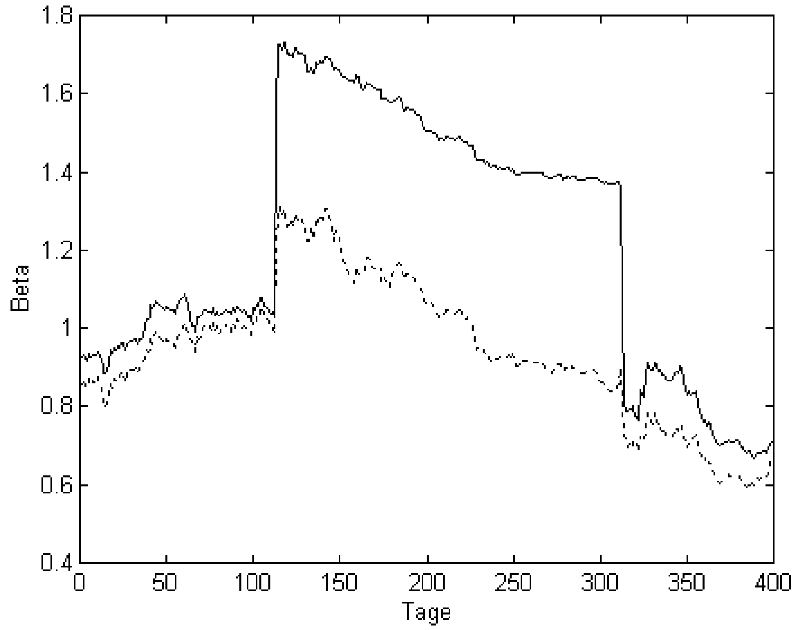
Das Auftreten „großer“ ‘Ausreißer führt in der Regel kaum zu anderen Ergebnissen als bei der 30-Tages-Schätzung. Da Ausreißer allerdings länger wirksam sind, erhält man in einigen Fällen eine längerfristige Stabilisierung mit Hilfe der robusten Schätzung.

4.2.2 Das Auftreten von Hebelpunkten

Bei der 30-Tages-Schätzung konnte festgestellt werden, daß die robuste Methode nicht in der Lage war, den Einfluß von Hebelpunkten zu mindern.[24] Anders sind allerdings die Reaktionen bei 200 Tagen. Ein Beispiel soll dies verdeutlichen.

Für die Aktie der Metallgesellschaft ist ein Bereich besonders auffällig, wie nachfolgende Abbildung der ersten 400 Tage deutlich macht:

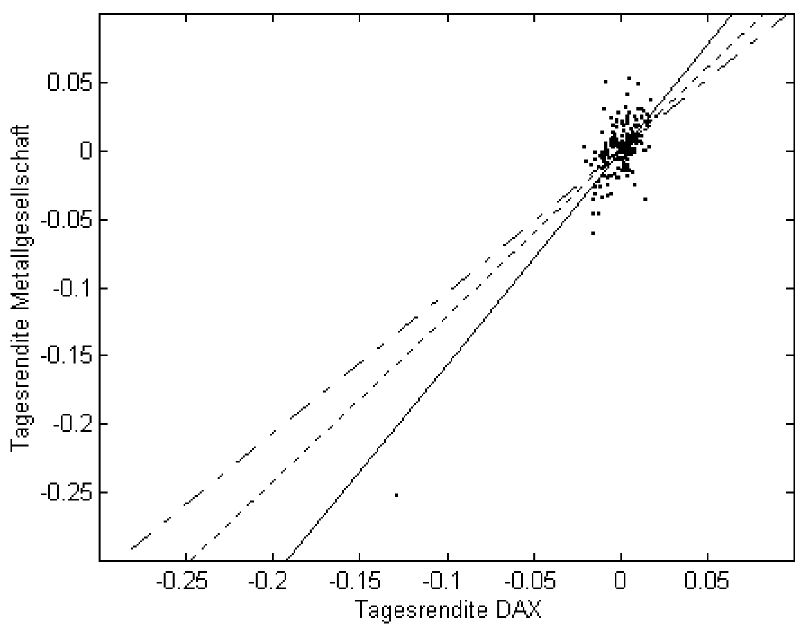
[24] Vgl. Abschnitt 4.1.2.



___ KQ _ _ _ Huber mit k=1

Abb. 7: Die 30-Tages-Betafaktoren der Metallgesellschaft von Tag 1 bis 400

Die große Differenz beider Betafaktoren beginnt mit der 113. Schätzung und dauert bis einschließlich Tag 312, also exakt 200 Tage. Somit liegt eine genauere Untersuchung des zum ersten Tag dieser Periode auftretenden Wertes nahe. Einem Rückgang des DAX an diesem Tag um knapp 13 Prozent steht ein Einbruch der Aktie der Metallgesellschaft um über 25 Prozent gegenüber. Die eingezeichneten KQ-Regressionsgeraden mit und ohne diesen Hebelpunkt sowie die Gerade der robusten Huber-M-Schätzung des entsprechenden Tages haben folgendes Aussehen:



___ KQ _ _ _ Huber __ _ __ KQ (ohne Hebelpunkt)

Abb.8: Die Entstehung der KQ- und M-Regressionsgerade der Metallgesellschaft am Tag 113

Zwar hat auch in diesem Fall der Hebelpunkt einen überproportionalen Einfluß auf die KQ- sowie die Huber-Schätzung, dennoch wird ein Vorteil des 200-Tage- gegenüber dem 30-Tage-

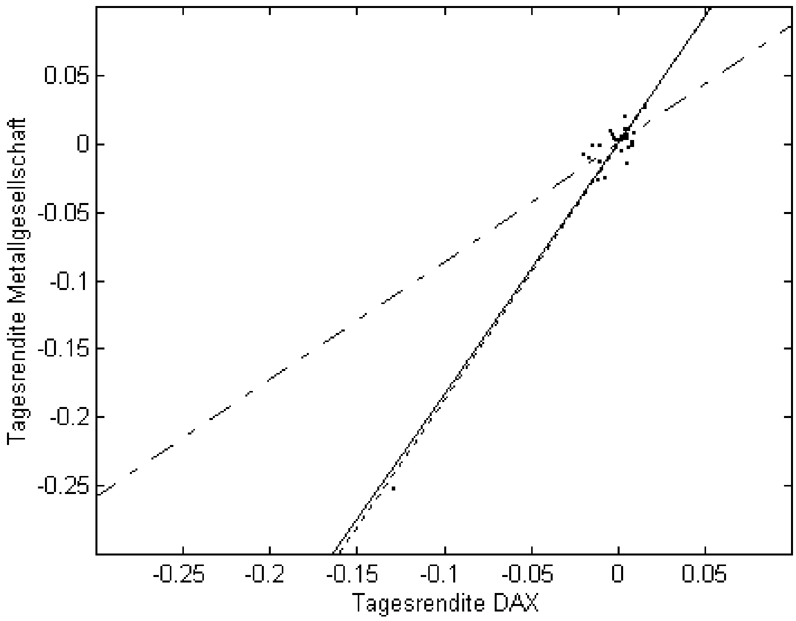
Betafaktor deutlich, wenn die drei verschiedenen Schätzungen dieses Tages gegenübergestellt werden:

	$\hat{\beta}_{KQ}$	$\hat{\beta}_{KQ}$ (ohne Hebelpunkt)	$\hat{\beta}_{RS}$ (Huber, k=1)
30 Tage	1.8352	0.8608	1.8689
200 Tage	1.5598	1.0363	1.2129

Tab. 2: Vergleich von KQ- und M-Schätzung der Metallgesellschaft für den Tag 113

Durch die große Anzahl der Daten bei der 200-Tages-Regression gelingt es bereits bei der KQ-Schätzung, den Einfluß des Hebelpunktes etwas geringer zu halten als bei 30 Tagen. Folgerichtig vermindert sich auch der Unterschied zur KQ-Schätzung, die ohne den Hebelpunkt durchgeführt wird.

Auf den ersten Blick überraschend scheinen die Ergebnisse der robusten Schätzung. Ergibt sich bei 30 Werten sogar ein höherer Betafaktor als bei der KQ-Methode, so ändert sich das nun bei 200 zugrunde gelegten Daten deutlich. Zwar kann der Anstieg von Beta nicht völlig verhindert werden, mit 1.2129 erhält man aber eine Verbesserung im Vergleich zu 1.5598 bei KQ. Die Begründung hierfür ist ebenfalls in der breiteren Datenbasis zu suchen. Ausgehend von der geringeren Steigung der 200-Tages-KQ-Schätzung liegt in diesem Fall der Hebelpunkt relativ weit von der Regressionsgeraden entfernt. Die Folge ist, daß er anders - als bei der 30-Tages-Schätzung - als Ausreißer klassifiziert wird. Die Berechnung des standardisierten Residuums ergibt einen Wert von -10.4549, wodurch eine starke Begrenzung des Einflusses dieses Punktes erfolgt. Demgegenüber liegt der entsprechende Wert bei 30 Tagen lediglich bei -1.2507. Es erfolgt hier nur eine unwesentliche Geringergewichtung, die den hohen Einfluß, der durch die große Entfernung in x-Richtung entsteht, nicht aufwiegen kann. Zur Verdeutlichung nachfolgend die Regressionsschätzung dieses Tages bei nur 30 Werten:



___ KQ _ _ _ Huber __ _ __ KQ (ohne Hebelpunkt)

Abb.9: Die Entstehung der KQ- und M-Regressionsgerade der Metallgesellschaft am Tag 113

Von Nachteil ist bei der größeren Datenbasis allerdings, daß zwar der Einfluß einer solchen außergewöhnlichen Beobachtung auch auf die KQ-Schätzung in der Regel geringer ist, andererseits aber dieser Wert über einen viel längeren Zeitraum wirksam bleibt. Erst nach 200 Tagen führt das Herausfallen der Beobachtung zu einem starken Rückgang des KQ-geschätzten Betafaktors, was insgesamt eine deutlich höhere Standardabweichung σ_{KQ} ergeben kann.

Wegen des hohen standardisierten Residuums überrascht es nicht, daß der Hampel-M-Schätzer (z. B. bei a=1.7, b=3.4 und c=8.5) in diesem Bereich von Vorteil ist. Da der Hebelpunkt bei dieser Schätzung völlig aus der Berechnung entfernt wird (die Tuningkonstante c wird überschritten), erhält man mit 1.0419 einen Betafaktor, der sehr nahe an dem der KQ-Methode über 199 Beobachtungen, also ohne den Hebelpunkt, liegt (1.0363).

4.2.3 Langfristiger Vergleich

Welche Auswirkungen hat das robuste Verfahren auf die Schwankung des 200-Tages-Beta im Zeitablauf? Es zeigt sich, daß sich die Schwankungsstärke nur teilweise reduzieren läßt. Auffallend ist, daß im Gegensatz zum 30-Tages-Ansatz der robust geschätzte Betafaktor für 200 Tage nicht nur ausnahmsweise stärker schwankt als der über KQ geschätzte, sondern für k=1 immerhin in sieben von 30 Fällen. Andererseits erzielt man bei den Betafaktoren einiger Aktien einen starken Rückgang der Standardabweichung. So liegt z. B. der entsprechende Quotient (σ_{KQ}/σ_{RS}) der Deutschen Babcock bei 1.8244. Zu beachten ist außerdem die Linde-Aktie. War sie bei 30 Tagen die einzige, deren robuste Huber-M-Schätzung für k=1 anstieg, ist nun bei 200 Beobachtungen die Standardabweichung von $\hat{\beta}_{RS}$ viel niedriger als die von $\hat{\beta}_{KQ}$, der Quotient beider liegt bei 1.2872. Erneut ist der Einfluß verschiedener Datenkonstellationen bei unterschiedlicher Anzahl der zugrunde gelegten Werte zu erkennen.

Tendenziell läßt sich eine deutliche Reduzierung der Standardabweichung eher bei Aktien erzielen, die bei der Kleinst-Quadrat-Schätzung besonders hohe Schwankungen aufweisen. Maßgeblich für dieses Ergebnis ist insbesondere das Auftreten von Hebelpunkten. Wie gezeigt, führt es bei der KQ-Methode zu einer starken und langfristigen Abweichung vom arithmetischen Mittel. Dagegen ist die robuste Methode bei 200 Tagen häufig in der Lage, auch Hebelpunkte als Ausreißer zu klassifizieren; die Standardabweichung sinkt dann besonders deutlich.

Fazit

Auch bei der 200-Tages-Schätzung kann bezüglich der Zielgröße einer Reduzierung der Standardabweichung der Betafaktoren die Anwendung der robusten Methode empfohlen werden. Zwar steigt in zahlreichen Fällen die Standardabweichung der geschätzten Betafaktoren bei der robusten im Vergleich zur KQ-Schätzung an, andererseits sind aber teilweise deutliche Verbesserungen erzielbar. Diese können beim Hampel-M-Schätzer in einigen Fällen besonders drastisch ausfallen, weshalb diesem - zur Erhöhung der Stabilität von Beta - eher der Vorzug gegeben werden sollte.

4.3 Zusammenfassung

Durch die Einbeziehung der robusten M-Schätzer konnte in den meisten Fällen ein leichter, bei wenigen Aktien ein deutlicher Rückgang der Standardabweichung der Betafaktoren erreicht werden, wobei allerdings zahlreiche Ausnahmen zu verzeichnen sind. Dabei sind in der Regel die Unterschiede zwischen dem Huber- und dem Hampel-Schätzer nur gering. Dies liegt daran, daß die standardisierten Residuen meist so klein sind, daß die Tuningkonstanten b und c nicht erreicht werden. Eine Erhöhung der Tuningkonstanten führt insgesamt zu einer Annäherung an die Ergebnisse der KQ-Schätzung. Zwischen der 30-Tages- und 200-Tages-Schätzung werden größere Unterschiede in den Auswirkungen der robusten M-Methode sichtbar, die Reaktion auf die Anwendung der robusten Schätzung fällt bei 200 Tagen häufig wesentlich stärker aus. Während sich hier teilweise die Standardabweichung nahezu halbieren läßt, steigt sie in anderen Fällen deutlich an. Dabei fällt insbesondere bei denjenigen Betafaktoren der Rückgang besonders drastisch aus, bei denen der durch die größere Datenbasis bedingte Glättungseffekt aufgrund einzelner Ausreißer oder Hebelpunkte nicht oder nur kaum zu einer geringeren Streuung geführt hatte. Somit läßt sich durch eine Kombination aus 200-Tages-Schätzung und robuster Methode über alle Aktien hinweg eine deutliche Reduktion der Standardabweichung erreichen.

5 Die GM-Regressionsschätzer der robusten Statistik

Bislang wurde lediglich die Sensitivität der KQ-Schätzung bezüglich des Vorliegens von Ausreißern in den Residuen berücksichtigt. Diese Ausreißer gehören zu extremen Beobachtungen in Richtung der endogenen Variablen. Die KQ- aber auch die M-Schätzung wird ebenfalls von Ausreißern in Richtung der exogenen Variablen, Hebelpunkte genannt, beeinflußt. Die „Generalized“-M-Schätzung (kurz GM-Schätzung) versucht, auch den Einfluß von Ausreißern in den exogenen Variablen zu beschränken. Vorschläge stammen z. B. von Schweppe und Mallows.[25] Es hat sich allerdings gezeigt, daß beide Verfahren in weiten Zeiträumen kaum Unterschiede zur M-Schätzung bewirken. Lediglich bei äußerst starken Hebelpunkten ist ein deutlicher Rückgang der Standardabweichung der Betafaktoren durch diese Erweiterung feststellbar, was nur bei wenigen Aktien eine höherer Stabilität von Beta zur Folge hat. Da andererseits allerdings die Standardabweichung nur in einigen Fällen und dann auch nur marginal zunimmt, spricht aus dieser Sicht auch nichts gegen eine Erweiterung durch die GM-Schätzung.

6 Die Schätzung der Varianz des robusten Schätzers

Wie aus den vorangegangenen Abschnitten ersichtlich, führt die Anwendung der robusten Schätzung in den meisten Fällen zu einem Rückgang der Standardabweichung des Betafaktors im Zeitablauf. Dies mag nach den Überlegungen in Abschnitt 3.1 dafür sprechen, daß die unsystematische Schwankung als Folge des Nichtvorliegens der Normalverteilung der Residuen bei der KQ-Methode auftritt und somit die höhere Stabilität von $\hat{\beta}_{RS}$ darauf beruht, daß die robusten Schätzverfahren überlegen sind. Allerdings kann die geringere Standardabweichung nur ein Indiz hierfür sein. Bei zahlreichen Aktien bestehen auch Anzeichen für systematische Änderungen der Betafaktoren im Zeitablauf. Diese Art der Schwankung läßt sich aber nicht auf das verwendete Schätzverfahren zurückführen, sondern z. B. auf eine Fehlspezifikation des Modells; eine durch die robuste Methode erfolgte Glättung wäre nicht erwünscht.

[25]Vgl. die Ausführungen von Hampel/Ronchetti/Rousseuw/Stahel (1986), S. 315-323.

Neben der Stabilität im Zeitablauf kann insbesondere auch die Effizienz eines Schätzers Hinweise auf die Verteilung der Residuen geben. Da einerseits bei Vorliegen einer Normalverteilung der KQ-Schätzer unter allen unverzerrten Schätzern derjenige mit minimaler Varianz (also maximaler Effizienz) ist, während bei der robusten Methode ein Effizienzverlust eintritt, führt andererseits eine Abweichung von der Normalverteilung bei der KQ-Schätzung zu einem drastischen Verlust an Effizienz, was durch die robuste Methode zumindest teilweise verhindert werden kann.

Würde sich also nachfolgend eine geringere Varianz des robusten Schätzers ergeben, ließe dies auf ein Nichtvorliegen der Normalverteilung und somit eine zu Recht erfolgte Anwendung der robusten Methode schließen.

Eine Möglichkeit für die Bestimmung der Varianz eines Schätzers besteht aufgrund der Nähe der M- zu den ML-Schätzern in der Bestimmung der asymptotischen Varianz-Kovarianz-Matrix.

Welche Resultate ergeben sich nun im langfristigen Vergleich der geschätzten Varianzen?

Betrachtet man zunächst lediglich die arithmetischen Mittelwerte der geschätzten Varianzen des KQ-geschätzten Betafaktors jeder Aktie, so werden deutliche Unterschiede zwischen den einzelnen Aktien sichtbar. Für die meisten Wertpapiere ergeben sich Varianzen zwischen 0.03 und 0.05. Allerdings existieren einige markante Ausnahmen. So liegt die durchschnittliche Varianz der Lufthansa und der Dt. Babcock über 0.1, diejenige der Metallgesellschaft sogar über 0.2. Zurückzuführen ist dies auf einzelne Bereiche, in denen verstärkt „große“ Ausreißer auftreten.

Für den Huber-M-Schätzer bei k=1 wird deutlich, daß die durchschnittliche geschätzte Varianz der robusten Betaschätzung in allen Fällen unter derjenigen der KQ-Betaschätzung liegt. Auch ohne das Auftreten „großer“ Ausreißer ist meist bei der robusten Schätzung ein Rückgang der Varianz zu verzeichnen, was auch in diesen Phasen auf eine Abweichung der Residuen von der Normalverteilung hindeutet.

Eine Erhöhung der Tuningkonstanten k auf 1.5, 2.0 bzw. 2.5 führt zu einer schrittweisen Steigerung der asymptotischen Varianz des robust geschätzten Betafaktors, wodurch der errechnete Quotient in Richtung eins konvergiert.

Die Zugrundelegung des Hampel-M-Schätzers ändert an den Auswirkungen auf die langfristigen Ergebnisse nur wenig. Bei Aktien, deren Beta-Varianz durch Huber deutlicher gesenkt werden konnte, ist dies auch mit Hampel möglich. Vergleicht man beispielsweise den Huber-M-Schätzer bei k=1.5 mit dem Hampel-M-Schätzer bei a=1.7, b=3.4 und c=8.5, so sind die geschätzten Varianzen in den meisten Fällen nahezu identisch.

Die Einbeziehung der robusten Schätzung bei 200 Beobachtungen führt weitgehend zu denselben Auswirkungen wie beim 30-Tages-Beta. Die errechneten Quotienten für die einzelnen Aktien liegen meist relativ nahe an den Ergebnissen für 30 Tage. Ebenso nähern sich die asymptotischen Varianzen der KQ- und der robusten Schätzer bei einer Erhöhung der Tuningkonstanten einander an.

Da insbesondere bei nur jeweils 30 zugrunde gelegten Beobachtungen die Anzahl der Daten möglicherweise noch zu gering ist für eine genügende Annäherung wurde zusätzlich - neben der asymptotischen Varianz - eine weitere Methode zur Bestimmung der Varianz, das Bootstrap-Verfahren, durchgeführt. Die ermittelten Ergebnisse unterscheiden sich jedoch v.a. bei der 200-Tages-Schätzung nur wenig.

7 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde untersucht, ob durch die Verwendung anderer Schätzverfahren als der bisher üblichen KQ-Methode die Stabilität der Betafaktoren im Zeitablauf erhöht werden kann. Wäre dies gelungen, hätten sich also die auftretenden Schwankungen auf Probleme des KQ-Verfahrens zurückführen lassen, wären Zweifel an den theoretischen Grundlagen des CAPM gemindert worden.

Die empirischen Auswertungen zeigen kein eindeutiges Ergebnis. Zwar gelingt es einerseits, die Stabilität des Betafaktors durch die Anwendung der robusten Verfahren in der Mehrzahl der Fälle zu erhöhen, was darauf hindeutet, daß ein Nichtvorliegen der Normalverteilung der Residuen die Schwankung von Beta begünstigt, andererseits ist der Rückgang der Standardabweichungen häufig nur gering. So sind beispielsweise die Auswirkungen, die sich durch den Glättungseffekt ergeben, der bei der 200-Tages-Regression im Vergleich zur 30-Tages-Schätzung wirksam wird, meist deutlich stärker. Dennoch weisen auch die ermittelten Varianzschätzungen darauf hin, daß eine Normalverteilung der Residuen oft nicht gegeben ist, und daher durch die robusten Verfahren gegenüber der KQ-Methode eine Effizienzverbesserung erreicht werden kann. Somit ist die Anwendung der robusten M-Schätzung durchaus zu empfehlen.

Weitere Ansatzpunkte für empirische Analysen ergeben sich durch eine Variation der verwendeten robusten Verfahren. Neben den hier zugrunde gelegten M-Schätzern kann beispielsweise auch auf die L-Schätzer oder R-Schätzer zurückgegriffen werden.[26]

Darüber hinaus kann ebenfalls eine Änderung der Anzahl der zugrunde gelegten Beobachtungen erfolgen, um die Stabilität von Beta zu erhöhen.

Allerdings darf die Minderung der Standardabweichung von Beta im Zeitablauf nicht die einzige Zielgröße sein. Dies könnte beispielsweise durch sehr viele berücksichtigte Daten für jede Schätzung erreicht werden; der ermittelte Betafaktor würde allerdings zukünftige Zusammenhänge möglicherweise nur sehr schlecht wiedergeben. Daher sollten insbesondere auftretende systematische Änderungen von Beta akzeptiert und nicht durch den Einsatz von Verfahren mit glättender Wirkung künstlich nivelliert werden. Solche Stabilisierungen des Betafaktors wären keine „Verbesserung“, sondern würden Fehlspezifikationen verschleiern. Systematische Schwankungen sollten daher als Ausgangspunkt für die Erstellung eines neuen Modelles dienen; in diesem könnten beispielsweise fundamentale Unternehmensdaten Berücksichtigung finden.[27]

Insgesamt läßt sich das CAPM - ebenso wie alle Finanzmarktmodelle - bei aller sicherlich berechtigten Kritik dennoch als Erklärungsansatz der Wirkungsweisen an Finanzmärkten nicht völlig ablehnen.

---

[26]Vgl. die Untersuchung von Chan/Lakonishok (1992), S. 265-282 zur Stabilität von Betafaktoren bei Anwendung von L-Schätzern.
[27]Vgl. die Untersuchung von Steiner/Bauer (1994) bzw. Bauer (1992).

Literaturverzeichnis:

Andrews, D. F. / Bickel, P. J. / Hampel, F. R. /Rogers, W. H. / Tukey, J. W.: Robust Estimation of Location, Princeton, New Jersey, 1972.

Barnett, V. / Lewis, T.: Outliers in Statistical Data, 2. Auflage, New York, 1983.

Bauer, C.: Das Risiko von Aktienanlagen, Köln, 1992.

Chan, L. / Lakonishok, J.: Robust Measurement of Beta Risk, In: Journal of financial and quantitative analysis, Vol. 27, Nr. 2 (Juni), 1992, S. 265-282.

Frantzmann, H.-J.: Zur Messung des Marktrisikos deutscher Aktien, In: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 42. Jg., Nr. 1, 1990, S. 67-83.

Gerke, W. / Bank, M.: Finanzwirtschaft II, unveröffentlichtes Skriptum zur Vorlesung „Finanzwirtschaft" der Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg, 1995.

Hampel, F. R. / Ronchetti, E. M. / Rousseeuw, P. J. / Stahel, W. A.: Robust Statistics - The approach based on influence functions, New York, 1986.

Huber, P. J.: Robust Statistics, New York, 1981.

Klein, I.: Robuste statistische Verfahren, Lokalisationsschätzung, unveröffentlichtes Skriptum zur Vorlesung „Robuste Verfahren" der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, 1985.

Klein, I.: Statistische Grundlagen der Ökonometrie Nürnberg, unveröffentlichtes Skriptum zur Vorlesung „Statistische Grundlagen der Ökonometrie" der Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg, 1995.

Kosfeld, R.: Kapitalmarktmodelle und Aktienbewertung, Wiesbaden, 1996.

Li, G.: Robust Regression, in: Hoaglin, D. C. / Mosteller, F. / Tukey, J. W. (Hrsg.): Exploring Data Tables, Trends, and Shapes, New York, 1985.

Perridon, L. / Steiner, M.: Finanzwirtschaft der Unternehmung, 8. Auflage, München, 1995.

Reiß, W. / Mühlbradt, F. W.: Eine empirische Überprüfung der Validität des „market"- und des „capital asset pricing"-Modells für den deutschen Aktienmarkt, In: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 135. Band, 1979, S. 41-68.

Steiner, M. / Bauer, C.: Die fundamentale Analyse und Prognose des Marktrisikos deutscher Aktien, In: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 44. Jg., Nr. 4, 1994, S. 347-368.

Steiner, M. / Bruns, C.: Wertpapiermanagement, 4. Auflage, Stuttgart 1995.

Ulschmid, C.: Empirische Validierung von Kapitalmarktmodellen, Frankfurt am Main, 1994.