

Musterklausuraufgaben zur Statistik I**Aufgabe 1:**

Betrachten Sie folgenden Datensatz mit Körpergewichten von 10 Personen:

Person	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Körpergewicht in kg	65	62	78	120	90	65	100	77	78	

1. Berechnen Sie den Median, das untere und das obere Quartil und geben Sie die Spannweite und den Interquartilsabstand an.
2. Berechnen Sie die Varianz der Körpergröße.

Aufgabe 2:

Sie haben über 5 Jahre von Ihrer Bank die folgenden Zinssätze auf Ihre Kapitaleinlage bekommen:

Jahr	1	2	3	4	5
Zinssatz in Prozent	10	5	8	20	2

1. Berechnen Sie die durchschnittliche Verzinsung über die 5 Jahre.
2. Unterschätzt oder überschätzt das arithmetische Mittel die wahre durchschnittliche Verzinsung.

Aufgabe 3:

In einer Klausur sind 20 Punkte zu erreichen. Es ergibt sich die folgende Punkteverteilung in Prozent:

Punkte	0 bis u. 8	8 bis u. 12	12 bis u. 15	15 bis u. 18	18 bis 20
Anteil in Prozent	32	15	18	25	10

Zeichnen Sie das Histogramm für die Punkteverteilung.

Aufgabe 4:

Es wird ein Warenkorb mit ausgewählten Zitrusfrüchten (Orangen, Zitronen, Mandarinen) betrachtet.

- Jahr 1:

1. Preis für Orangen pro kg: 2.00 EUR
2. Preis für Zitronen pro kg: 4.00 EUR
3. Preis für Mandarinen pro kg: 3.20 EUR

- Jahr 2:

1. Preis für Orangen pro kg: 1.90 EUR
2. Preis für Zitronen pro kg: 4.30 EUR
3. Preis für Mandarinen pro kg: 3.50 EUR

1. Berechnen Sie die durchschnittliche Preisänderung nach Laspeyres für Zitrusfrüchte, wenn Sie wissen, dass im Jahr 1 von dem untersuchten Haushalt 30 kg Orangen, 2 kg Zitronen und 10 kg Mandarinen konsumiert wurden.

2. Welche Nachteile besitzt der Index nach Laspeyres?

Aufgabe 5:

es liegen die folgenden hypothetischen Umsatzzahlen in Tsd. EUR eines kleinen Unternehmens vor.

Jahr	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4
Quartal	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II
Umsatz	90	100	92	120	95	100	92	124	100	108	100	110	90	100

Führen Sie eine Saisonbereinigung dieser Reihe durch.

Aufgabe 6:

Es wird eine Population von 40 Mäusen betrachtet. Nach dem ersten Jahr sind 5, nach dem zweiten Jahr 10, nach dem dritten Jahr 20, nach dem vierten Jahr 10 und nach dem fünften Jahr 5 Mäuse gestorben.

1. Berechnen Sie die Lebenserwartung neugeborener Mäuse.
2. Berechnen Sie die fernere (weitere) Lebenserwartung zweijähriger Mäuse.

Aufgabe 7:

In einer Klausur sind 100 Punkte zu erreichen. Für 5 Studierende wird untersucht, ob es einen Zusammenhang zwischen der Vorbereitungszeit X in Stunden und der erreichten Punktzahl Y in der Klausur gibt.

Student/Studentin	1	2	3	4	5
Vorbereitungszeit in Stunden	10	15	8	20	2
Punktzahl	80	80	40	100	50

1. Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten und interpretieren Sie dessen Wert.
2. Welche Art von Zusammenhang misst der Korrelationskoeffizient?

Musterklausuraufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und induktiven Statistik

Aufgabe 1:

Sie werfen zwei verschiedenfarbige Würfel mit 5 Seiten, die die Zahlen 1 bis 5 tragen. Das Elementarereignis (i, j) bezeichne ein Ergebnis mit der Augenzahl i für den blauen und mit der Augenzahl j für den roten Würfel.

1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Augensumme der beiden Würfel zwischen 5 und 8 liegt.
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der eine der beiden Würfel eine 2 trägt unter der Bedingung, dass die Augensumme gleich 6 ist.
3. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Würfel eine gerade Augenzahl oder der zweite Würfel eine 3 trägt.
4. Sind die Ereignisse „Die Augensumme ist gerade.“ und „Der erste Würfel zeigt eine 1.“ stochastisch unabhängig?

Aufgabe 2:

Sie haben Ihr Geld in zwei Anlagen mit Renditen R_1, R_2 investiert. Aus der Vergangenheit wissen Sie, dass die erste Anlage eine mittlere Rendite ($E(R_1)$) von 5%, ein Risiko ($Var(R_1)$) von 9 und die zweite Anlage eine mittlere Rendite von 10% und ein Risiko von 16 besitzen.

Berechnen Sie die Rendite und Risiko eines Portfolios, in dem sich ein 40%-Anteil der ersten Anlage befindet, wenn der Korrelationskoeffizient der Renditen

1. +0.5
2. -0.5

beträgt.

Aufgabe 3:

Der Durchmesser einer Lagerbuchse sei normalverteilt mit einem Erwartungswert von 100mm und einer Varianz von 1mm.

1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Lagerbuchse einen Durchmesser zwischen 98 und 101mm hat.
2. Berechnen Sie das 10%- und das 95%-Quantil des Durchmessers der Lagerbuchsen.
3. Geben Sie die Wahrscheinlichkeit des zweifachen Schwankungsintervalls an.

Aufgabe 4:

Der Durchmesser einer Lagerbuchse sei normalverteilt mit einem unbekanntem Erwartungswert von μ und einer Varianz von 1mm. Es wird eine einfache Stichprobe X_1, X_2, \dots, X_n des Umfangs n gezogen.

1. Bestimmen Sie den Stichprobenumfang mindestens so groß, dass die Wahrscheinlichkeit, dass das Stichprobenmittel um weniger als 1mm vom wahren unbekanntem Erwartungswert μ abweicht, mindestens 95% beträgt.
2. Was ändert sich, wenn auch die Varianz der Verteilung der Lagerbuchsen unbekannt ist.

Aufgabe 5:

Bei einer Sonntagsfrage unter 1600 zufällig ausgewählten Personen wird festgestellt, dass 40% bereit sind CDU/CSU zu wählen, wenn am nächsten Sonntag Wahl wäre.

1. Bestimmen Sie das approximative realisierte Konfidenzintervall für den CDU/CSU-Anteil p zum Niveau 99%.
2. Wie verändert sich das Ergebnis, wenn der Stichprobenumfang verringert wird?
3. Wie verändert sich das Ergebnis, wenn der Konfidenzniveau verringert wird?

Aufgabe 6:

Der ADAC untersucht Wartungskosten von Vertrags- und freien Werkstätten. Dazu wird eine einfache Stichprobe des Umfangs 100 von Vertragswerkstätten und eine einfache Stichprobe des Umfangs 81 von freien Werkstätten gezogen.

Mit diesen Stichproben soll mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% getestet werden, ob die mittleren Wartungskosten der Vertragswerkstätten μ_1 größer als die mittleren Wartungskosten der freien Werkstätten sind. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Wartungskosten normalverteilt sind.

Es sei Ihnen bekannt:

1. Stichprobenmittelwert der Wartungskosten der Vertragswerkstätten: 340 EUR,
2. Stichprobenvarianz der Wartungskosten der Vertragswerkstätten: 100EUR^2 ,
3. Stichprobenmittelwert der Wartungskosten der Vertragswerkstätten: 320 EUR,
4. Stichprobenvarianz der Wartungskosten der Vertragswerkstätten: 144EUR^2 .

Stellen Sie das zu testende Hypothesenpaar auf und leiten Sie die Testentscheidung her.

Aufgabe 7:

Es soll getestet werden, ob ein Würfel unfair ist, d.h. insbesondere die Seite mit der Zahl 6 mit einer Auftrittswahrscheinlichkeit p geworfen wird, die von $1/6$ abweicht. Zur Durchführung des Testes wird der Würfel 400 mal geworfen und notiert, dass dabei in 80 Fällen eine 6 aufgetreten ist.

Stellen Sie das Hypothesenpaar auf und führen Sie eine approximative Testentscheidung mit der Irrtumswahrscheinlichkeit von 10% durch.