

Klausur zur Statistik II**Aufgabe 1:**

Ein Würfel mit zwei Seiten ist eine Münze. Auf der Vorderseite der Münze stehe eine „1“ und auf der Rückseite eine „0“. Die Münze wird zusammen mit einem sechsseitigen Würfel, auf dessen Seiten die Zahlen „1“ bis „6“ stehen, geworfen. Das Paar (i, j) gibt für i die Augenzahl der Münze (d.h. $i = 0$ oder $i = 1$) an und für j die Augenzahl der Würfels an.

1. Geben Sie den Stichprobenraum (= Menge aller Elementarereignisse an).
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der Augenzahlen $i + j$ gerade ist.
3. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Produkt der Augenzahlen $i \cdot j$ kleiner oder gleich 1 ist.
4. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Augensumme $i + j$ gerade ist unter der Bedingung, dass der sechsseitige Würfel eine gerade Zahl (d.h. $j = 2, 4, 6$) zeigt.
5. Sind die Ereignisse, das Augenprodukt $i \cdot j$ ist 0 und das Ereignis, die Augensumme $i + j$ ist gerade, stochastisch unabhängig.

Aufgabe 2:

Die Füllmenge einer Bierflasche sei normalverteilt mit einem unbekanntem Erwartungswert von μ und einer Varianz von 1ml^2 . Es wird eine einfache Stichprobe X_1, X_2, \dots, X_n des Umfangs n gezogen.

1. Bestimmen Sie den Stichprobenumfang mindestens so groß, dass die Wahrscheinlichkeit, dass das Stichprobenmittel um weniger als 3ml vom wahren unbekanntem Erwartungswert μ abweicht, mindestens 90% beträgt.
2. Was ändert sich, wenn auch die Varianz der Verteilung des Füllgewichts unbekannt ist.

Aufgabe 3:

Die Stiftung Warentest untersucht den Vitamingehalt (Vitamin C in mg pro 100g) von Tiefkühlkost im Vergleich zu frischem Gemüse. Dazu wird eine einfache Stichprobe des Umfangs 60 von Tiefkühlpackungen Spinat und eine einfache Stichprobe des Umfangs 50 von frischem Spinat gezogen.

Mit diesen Stichproben soll mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% getestet werden, ob der mittlere Vitamingehalt der Tiefkühlpackungen μ_1 größer als der mittlere Vitamingehalt des Frischgemüses ist. Es kann davon ausgegangen werden, dass der Vitamingehalt normalverteilt ist.

Es sei Ihnen bekannt:

1. Stichprobenmittelwert des Vitamingehalts des Tiefkühlspinats: 110g,
2. Stichprobenvarianz des Vitamingehalts des Tiefkühlspinats: 50g^2 ,
3. Stichprobenmittelwert des Vitamingehalts des frischen Spinats: 125 g,
4. Stichprobenvarianz des Vitamingehalts des frischen Spinats: 40g^2 .

Stellen Sie das zu testende Hypothesenpaar auf, geben Sie die Entscheidungsregel allgemein an und leiten Sie die Testentscheidung für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% her.

Aufgabe 4:

Es soll getestet werden, ob eine Münze unfair ist, d.h. insbesondere die Seite „Kopf“ mit einer Auftrittswahrscheinlichkeit p geworfen wird, die von $1/2$ abweicht. Zur Durchführung des Testes wird der Würfel 500 mal geworfen und notiert, dass dabei in 260 Fällen „Kopf“ aufgetreten ist.

1. Stellen Sie das Hypothesenpaar auf und führen Sie eine approximative Testentscheidung mit der Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% durch.
2. Die Wahrscheinlichkeit welchen Fehlers misst die Irrtumswahrscheinlichkeit? Was passiert, wenn die Irrtumswahrscheinlichkeit auf 1% reduziert wird?
3. Was versteht man unter der Güte eines Testes?